**选修4*-*4坐标系与参数方程**

id:2147492362;FounderCES

题组1极坐标

1*.*[2016北京,11,5分][理]在极坐标系中,直线*ρ*cos *θ-ρ*sin *θ-*1*=*0与圆*ρ=*2cos *θ*交于*A*,*B*两点,则*|AB|=　　　　.*

2*.*[2015 北京,11,5分][理]在极坐标系中,点(2,)到直线 *ρ*(cos *θ+*sin *θ*)*=*6的距离为*.*

3*.*[2016全国卷Ⅰ,23,10分][理]在直角坐标系*xOy*中,曲线*C*1的参数方程为(*t*为参数,*a>*0)*.*在以坐标原点为极点,*x*轴正半轴为极轴的极坐标系中,曲线*C*2:*ρ=*4cos *θ.*

(Ⅰ)说明*C*1是哪一种曲线,并将*C*1的方程化为极坐标方程;

(Ⅱ)直线*C*3的极坐标方程为*θ=α*0,其中*α*0满足tan *α*0*=*2,若曲线*C*1与*C*2的公共点都在*C*3上,求*a.*

4*.*[2016全国卷Ⅱ,23,10分][理]在直角坐标系*xOy*中,圆*C*的方程为(*x+*6)2*+y*2*=*25*.*

(Ⅰ)以坐标原点为极点,*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系,求*C*的极坐标方程;

(Ⅱ)直线*l*的参数方程是(*t*为参数),*l*与*C*交于*A*,*B*两点,*|AB|=*,求*l*的斜率*.*

5*.*[2015 新课标全国Ⅰ,23,10分][理]在直角坐标系*xOy*中,直线*C*1:*x=-*2,圆*C*2:(*x-*1)2*+*(*y-*2)2*=*1,以坐标原点为极点,*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系*.*

(Ⅰ)求*C*1,*C*2的极坐标方程;

(Ⅱ)若直线*C*3的极坐标方程为*θ=*(*ρ*∈R),设*C*2与*C*3的交点为*M*,*N*,求△*C*2*MN*的面积*.*

题组2参数方程

6*.*[2015 广东,14,5分]在平面直角坐标系*xOy*中,以原点*O*为极点,*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系*.*曲线*C*1的极坐标方程为*ρ*(cos *θ+*sin *θ*)*=-*2,曲线*C*2的参数方程为(*t*为参数),则*C*1与*C*2交点的直角坐标为*.*

7*.*[2017全国卷Ⅲ,22,10分][理]在直角坐标系*xOy*中,直线*l*1的参数方程为(*t*为参数),直线*l*2的参数方程为(*m*为参数)*.*设*l*1与*l*2的交点为*P*,当*k*变化时,*P*的轨迹为曲线*C.*

(1)写出*C*的普通方程;

(2)以坐标原点为极点,*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系,设*l*3:*ρ*(cos *θ+*sin *θ*)*-=*0,*M*为*l*3与*C*的交点,求*M*的极径*.*

8*.*[2016全国卷Ⅲ,23,10分][理]在直角坐标系*xOy*中, 曲线*C*1的参数方程为(*α*为参数)*.*以坐标原点为极点,以*x*轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线*C*2的极坐标方程为*ρ*sin(*θ+*)*=*2*.*

(Ⅰ)写出*C*1的普通方程和*C*2的直角坐标方程;

(Ⅱ)设点*P*在*C*1上,点*Q*在*C*2上,求*|PQ|*的最小值及此时*P*的直角坐标*.*

9*.*[2014新课标全国Ⅰ,23,10分][理]已知曲线*C*:*+=*1,直线*l*:(*t*为参数)*.*

(Ⅰ)写出曲线*C*的参数方程,直线*l*的普通方程;

(Ⅱ)过曲线*C*上任意一点*P*作与*l*夹角为30*°*的直线,交*l*于点*A*,求*|PA|*的最大值与最小值*.*

id:2147492383;FounderCES

**A组基础题**

1*.* [2018广东七校联考,22]已知曲线*C* 的参数方程为(*α*为参数),以直角坐标系的原点*O* 为极点,*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系*.*

(1)求曲线*C* 的极坐标方程;

(2)设*l*1:*θ=*,*l*2:*θ=*,若*l*1,*l*2与曲线*C*相交于异于原点的两点*A*,*B*,求△*AOB*的面积*.*

2*.*[2018湖北省八校第一次联考,22]已知曲线*C*1的极坐标方程为*ρ=*,*C*2的参数方程为(*t*为参数)*.*

(1)将曲线*C*1与*C*2的方程化为直角坐标系下的普通方程;

(2)若*C*1与*C*2相交于*A*,*B*两点,求*|AB|.*

3*.*[2018湖南省益阳市、湘潭市高三调考,22]在平面直角坐标系中,曲线*C*的参数方程为(*α*为参数)*.*以直角坐标系的原点*O*为极点,*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线*l*的极坐标方程为*ρ*cos(*θ+*)*=*,直线*l*与曲线*C*交于*A*,*B*两点*.*

(1)求直线*l*的直角坐标方程;

(2)设点*P*(1,0),求*|PA|*·*|PB|*的值*.*

4*.*[2017南昌市三模,22]在平面直角坐标系*xOy*中,以原点*O*为极点,*x*轴的非负半轴为极轴,建立极坐标系,曲线*C*的参数方程为 (*θ*为参数)*.*

(1)求曲线*C*的极坐标方程;

(2)若曲线*C*向左平移一个单位长度,再经过伸缩变换得到曲线*C'*,设*M*(*x*,*y*)为曲线*C'*上任意一点,求*-xy-y*2的最小值,并求相应点*M*的直角坐标*.*

**B组提升题**

5*.*[2018湘东五校联考,22]平面直角坐标系*xOy*中,倾斜角为*α*的直线*l*过点*M*(*-*2,*-*4),以原点*O*为极点, *x*轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线*C*的极坐标方程为*ρ*sin2*θ=*2cos *θ.*

(1)写出直线*l*的参数方程(*α*为常数)和曲线*C*的直角坐标方程;

(2)若直线*l*与*C*交于*A*,*B*两点,且*|MA|*·*|MB|=*40,求倾斜角*α*的值*.*

6*.*[2018豫南九校高三第二次质量考评,22]已知曲线*C*的极坐标方程为2*ρ*sin *θ+ρ*cos *θ=*10,将曲线*C*1:(*α*为参数)经过伸缩变换后得到曲线*C*2*.*

(1)求曲线*C*2的普通方程;

(2)若点*M*在曲线*C*2上运动,试求出点*M*到曲线*C*的距离的最小值*.*

7*.*[2017石家庄市高三二模,22]在直角坐标系*xOy*中,以*O*为极点,*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线*l*的极坐标方程为*ρ*cos *θ=a*(*a>*0),*Q*为*l*上一点,以*OQ*为边作等边三角形*OPQ*,且*O*,*P*,*Q*三点按逆时针方向排列*.*

(1)当点*Q*在*l*上运动时,求点*P*运动轨迹的直角坐标方程;

(2)若曲线*C*:*x*2*+y*2*=a*2,经过伸缩变换得到曲线*C'*,试判断点*P*的轨迹与曲线*C'*是否有交点,如果有,请求出交点的直角坐标,没有则说明理由*.*

8*.*[2017长春市高三第四次质量监测,22]在平面直角坐标系中,以原点*O*为极点,*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线*C*1的极坐标方程为*ρ*2(1*+*3sin2*θ*)*=*4,曲线*C*2:(*θ*为参数)*.*

(1)求曲线*C*1的直角坐标方程和*C*2的普通方程;

(2)极坐标系中两点*A*(*ρ*1,*θ*0),*B*(*ρ*2,*θ*0*+*)都在曲线*C*1上,求*+*的值*.*

**答案**

id:2147495469;FounderCES

1*.*2将*ρ*cos *θ-ρ*sin *θ-*1*=*0化为直角坐标方程为*x-y-*1*=*0,将*ρ=*2cos *θ*化为直角坐标方程为(*x-*1)2*+y*2*=*1,圆心坐标为(1,0),半径*r=*1,又(1,0)在直线*x-y-*1*=*0上,所以*|AB|=*2*r=*2*.*

2*.*1点(2,)的直角坐标为(1,),直线*ρ*(cos *θ+*sin *θ*)*=*6的直角坐标方程为*x+y-*6*=*0,所以点(1,)到直线*x+y-*6*=*0的距离*d==*1*.*

3*.*(Ⅰ)消去参数*t*得到*C*1的普通方程为*x*2*+*(*y-*1)2*=a*2*.*所以*C*1是以(0,1)为圆心,*a*为半径的圆*.*

将*x=ρ*cos *θ*,*y=ρ*sin *θ*代入*C*1的普通方程中,得到*C*1的极坐标方程为*ρ*2*-*2*ρ*sin *θ+*1*-a*2*=*0*.*

(Ⅱ)曲线*C*1,*C*2的公共点的极坐标满足方程组

若*ρ*≠0,由方程组得16cos2*θ-*8sin *θ*cos *θ+*1*-a*2*=*0,由已知若曲线*C*1与*C*2的公共点都在*C*3上,得tan *θ=*2,代入可得16cos2*θ-*8sin *θ*cos *θ=*0,从而1*-a*2*=*0,解得*a=-*1(舍去)或*a=*1*.*所以*a=*1*.*

4*.*(Ⅰ)由*x=ρ*cos *θ*,*y=ρ*sin *θ*可得圆*C*的极坐标方程为*ρ*2*+*12*ρ*cos *θ+*11*=*0*.*

(Ⅱ)在(Ⅰ)中建立的极坐标系中,直线*l*的极坐标方程为*θ=α*(*ρ*∈R)*.*

设*A*,*B*所对应的极径分别为*ρ*1,*ρ*2,将*l*的极坐标方程代入*C*的极坐标方程得*ρ*2*+*12*ρ*cos *α+*11*=*0*.*

于是*ρ*1*+ρ*2*=-*12cos *α*,*ρ*1*ρ*2*=*11*.*

所以*|AB|=|ρ*1*-ρ*2*|==.*

由*|AB|=*得cos2*α=*,所以tan *α=±.*

所以*l*的斜率为或*-.*

5*.*(Ⅰ)因为*x=ρ*cos *θ*,*y=ρ*sin *θ*,

所以*C*1的极坐标方程为*ρ*cos *θ=-*2,

*C*2的极坐标方程为*ρ*2*-*2*ρ*cos *θ-*4*ρ*sin *θ+*4*=*0*.*

(Ⅱ)将*θ=*代入*ρ*2*-*2*ρ*cos *θ-*4*ρ*sin *θ+*4*=*0,得*ρ*2*-*3*ρ+*4*=*0,解得*ρ*1*=*2,*ρ*2*=.*故*ρ*1*-ρ*2*=*,即*|MN|=.*

由于*C*2的半径为1,所以△*C*2*MN*的面积为*.*

6*.*(2,*-*4)曲线*C*1的直角坐标方程为*x+y=-*2,曲线*C*2的普通方程为*y*2*=*8*x*,由得所以*C*1与*C*2交点的直角坐标为(2,*-*4)*.*

7*.*(1)消去参数*t*,得*l*1的普通方程为*y=k*(*x-*2);消去参数*m*,得*l*2的普通方程为*y=*(*x+*2)*.*

设*P*(*x*,*y*),由题设得消去*k*,得*x*2*-y*2*=*4(*y*≠0),所以*C*的普通方程为*x*2*-y*2*=*4(*y*≠0)*.*

(2)*C*的极坐标方程为*ρ*2(cos2*θ-*sin2*θ*)*=*4(0*<θ<*2π,*θ*≠π),

由得cos *θ-*sin *θ=*2(cos *θ+*sin *θ*)*.*

故tan *θ=-*,从而cos2*θ=*,sin2*θ=.*

代入*ρ*2(cos2*θ-*sin2*θ*)*=*4得*ρ*2*=*5,

所以交点*M*的极径为*.*

8*.*(Ⅰ)*C*1的普通方程为*+y*2*=*1,*C*2的直角坐标方程为*x+y-*4*=*0*.*

(Ⅱ)由题意,可设点*P*的直角坐标为(cos *α*,sin *α*)*.*因为*C*2是直线,所以*|PQ|*的最小值即点*P*到*C*2的距离*d*(*α*)的最小值,*d*(*α*)*==|*sin(*α+*)*-*2*|.*

当且仅当*α=*2*k*π*+*(*k*∈Z)时,*d*(*α*)取得最小值,最小值为,此时*P*的直角坐标为(,)*.*

9*.*(Ⅰ)曲线*C*的参数方程为(*θ*为参数)*.*

直线*l*的普通方程为2*x+y-*6*=*0*.*

(Ⅱ)曲线*C*上任意一点*P*(2cos *θ*,3sin *θ*)到*l*的距离为

*d=|*4cos *θ+*3sin *θ-*6*|.*

则*|PA|==|*5sin(*θ+α*)*-*6*|*,其中*α*为锐角,且tan *α=.*

当sin(*θ+α*)*=-*1时,*|PA|*取得最大值,最大值为*.*

当sin(*θ+α*)*=*1时,*|PA|*取得最小值,最小值为*.*

id:2147495476;FounderCES

**A组基础题**

1*.*(1)∵曲线*C*的参数方程为(*α*为参数),

∴曲线*C*的普通方程为(*x-*2)2*+*(*y-*1)2*=*5*.*

将代入并化简得*ρ=*4cos *θ+*2sin *θ*,

∴曲线*C*的极坐标方程为*ρ=*4cos *θ+*2sin *θ.*

(2)在极坐标系中,曲线*C*:*ρ=*4cos *θ+*2sin *θ*,

∴由得*|OA|=*2*+*1*.*

同理可得*|OB|=*2*+.*

又∠*AOB=*,∴*S*△*AOB=|OA|*·*|OB|*sin∠*AOB=.*

∴△*AOB*的面积为*.*

2*.*(1)曲线*C*1在直角坐标系下的普通方程为*y*2*=*2*x*,

曲线*C*2在直角坐标系下的普通方程为*x+y=*4*.*

(2)将*C*2的参数方程代入*C*1的普通方程并化简得*t*2*-*3*t=*0,解得*t*1*=*0,*t*2*=*6,故*|AB|=|t*1*-t*2*|=*6*.*

3*.*(1)由*ρ*cos(*θ+*)*=*得*ρ*cos *θ*cos *-ρ*sin *θ*sin*=*,∴直线*l*的直角坐标方程为*x-y-*1*=*0*.*

(2)由得曲线*C*的直角坐标方程为*x*2*+*4*y*2*=*4,∵*P*(1,0)在直线*l*上,设直线*l*的参数方程为将其代入*x*2*+*4*y*2*=*4得7*t*2*+*4*t-*12*=*0,∴*t*1·*t*2*=-*,

∴*|PA|*·*|PB|=|t*1*|*·*|t*2*|=|t*1·*t*2*|=.*

4*.*(1)由 (*θ*为参数),得曲线*C*的普通方程为(*x-*1)2*+y*2*=*1,由*x=ρ*cos *θ*,*y=ρ*sin *θ*,得曲线*C*的极坐标方程为*ρ=*2cos *θ.*

(2)曲线*C*:(*x-*1)2*+y*2*=*1,向左平移一个单位长度,再经过伸缩变换得到曲线*C'*的直角坐标方程为*+y*2*=*1,设*M*(2cos *α*,sin *α*),则*-xy-y*2*=*cos2*α-*2sin *α*cos *α-*sin2*α=*cos 2*α-*sin 2*α=*2cos(2*α+*),

当*α=k*π*+*(*k*∈Z)时,*-xy-y*2的最小值为*-*2,

此时点*M*的坐标为(1,)或(*-*1,*-*)*.*

**B组提升题**

5*.*(1)直线*l*的参数方程为(*t*为参数),

曲线*C*的直角坐标方程为*y*2*=*2*x.*

(2)把直线*l*的参数方程代入*y*2*=*2*x*,得

*t*2sin2*α-*(2cos *α+*8sin *α*)*t+*20*=*0,

由根与系数的关系得*t*1*+t*2*=*,*t*1*t*2*=*,

根据直线参数的几何意义,得*|MA|*·*|MB|=|t*1*t*2*|==*40,所以*α=*或*α=.*

又*Δ=*(2cos *α+*8sin *α*)2*-*80sin2*α>*0,所以*α=.*

6*.*(1)将曲线*C*1经过伸缩变换后得到曲线*C*2的参数方程为所以曲线*C*2的普通方程为*+=*1*.*

(2)曲线*C*的普通方程为*x+*2*y-*10*=*0,设点*M*(3cos *α*,2sin *α*),由点到直线的距离公式得*d==|*5cos(*α-θ*)*-*10*|*,其中*θ*满足cos *θ=*,sin *θ=.*

所以当*α-θ=*0时,*d*min*=*,此时*M*(,)*.*

7*.* (1)设点*P*的极坐标为(*ρ*,*θ*),

则由题意可得点*Q*的极坐标为(*ρ*,*θ+*),

再由点*Q*的直角坐标中的横坐标等于*a*,*a>*0,

可得*ρ*cos(*θ+*)*=a*,

即*ρ*cos *θ-ρ*sin *θ=a*,化为直角坐标方程为*x-y=a.*

故当点*Q*在*l*上运动时,点*P*的直角坐标方程为*x-y-*2*a=*0*①.*

(2)曲线*C*:*x*2*+y*2*=a*2经过伸缩变换即得*+*(*y'*)2*=a*2,即*+y*2*=a*2*②.*

联立*①②*,得消去*x*,得7*y*2*+*4*ay=*0,解得*y*1*=*0,*y*2*=-a*,

所以点*P*的轨迹与曲线*C'*有交点,交点的直角坐标分别为(*a*,*-a*),(2*a*,0)*.*

8*.*(1)由题意可得,曲线*C*1的直角坐标方程为*+y*2*=*1,*C*2的普通方程为(*x-*2)2*+y*2*=*4*.*

(2)由点*A*,*B*都在曲线*C*1上,得

*=*,*=*,

则*=*,*=*,

所以*+=+=.*